

МАТЕМАТИЧКА ГИМНАЗИЈА

МАТУРСКИ РАД
из физике

**Мерење Еквивалентног Серијског
отпора кондензатора**

Ученик
Бранко Радовић, 4е

Ментори
Драгица Ивковић
Саша Ивковић

Београд, мај 2017.

Садржај

1. Увод.....	3
2. Теорија	4
2.1 Пригушене осцилације LCR кола.....	4
2.2 ESR (Еквивалентни Серијски Отпор)	7
3. Експеримент	10
4. Резултати и дискусија.....	13
5. Закључак	15
6. Литература.....	16

1. Увод

ESR (Еквивалентни Серијски Отпор) је веома важна карактеристика кондензатора који представља меру укупних енергетских губитака у кондензатору. У овом раду је предложена и тестирана једноставна метода за мерење *ESR* керамичких кондензатора, заснована на анализи осцилација LCR кола. Коришћењем ове методе је показано да на фреквенцијама реда kHz, *ESR* опада са повећањем фреквенције. Такође је показано да на фреквенцијама испод 3300 Hz, *ESR* је директно пропорционалан периоду осциловања.

Сва мерења су обављена коришћењем стандардне опреме у школским лабораторијама, што значи да је могуће на овај начин реализовати експерименталне вежбе на средњошколском нивоу.

Утврђено је да експерименти који се реализују у лабораторијама омогућавају ученицима да стекну дубље и потпуније знање основних физичких појава и закона [1–4]. LCR коло је веома погодано за демонстрирање, објашњавање и разумевање принудних осцилација, пригушених осцилација и резонанције у електричним колима и користи се у многим радовима и уџбеницима за факултете и средње школе [5–9]. Осим за демонстрације, пригушене осцилације се могу користити за мерење индуктивности калема. Међутим, добијене су вредности за L , које су значајно ниже у односу на номиналне вредности и вредности измерене коришћењем стандардног LCR метра. Поред тога, добијени резултати показују да су измерене вредности око 20% ниже од израчунатих.

Претпостављено је да поменути несклад може бити повезан са чињеницом да за израчунавање индуктивности калема L нису урачунати губици енергије у кондензатору [10–13]. Пошто је познато да губици енергије у кондензатору зависе од врсте диелектрика, мерења су рађена са различитим врстама кондензатора (керамички, полиестерски, полипропиленски, електролитички). Уочено је да су коришћењем различитих врста кондензатора истог капацитета добијене различите вредности индуктивности L . Такође, разлика израчунате индуктивности калема L , од номиналне вредности је била највећа при коришћењу керамичког кондензатора, а најмања при коришћењу полипропиленског кондензатора. Ови резултати указују на то да се губици енергије у кондензатору морају узети у обзир.

ESR (Еквивалентни Серијски Отпор) се обично узима као мера укупних губитака енергије у кондензатору. Мора се напоменути да *ESR* није чисти термогени (омски) отпор, већ представља сложен скуп механизма губитака енергије, од којих многи у великом делу зависе од радних услова [10, 14].

ESR се сматра веома важном карактеристиком кондензатора. За мерење *ESR* користе се методе које обично захтевају компликовану и скупу опрему, тако да нису погодне за мерења у средњошколским лабораторијама. Међутим, *ESR* се може мерити и у условима средњошколских лабораторија - кроз анализу пригушених осцилација LCR кола (са познатим вредностима за L и C).

2. Теорија

Ово поглавље је подељено у два дела која описују пригушене осцилације LCR кола и *ESR* (Еквивалентни Серијски Отпор) кондензатора.

2.1 Пригушене осцилације LCR кола

За затворено струјно коло који садржи калем, отпорник и кондензатор (LCR коло) примена другог Кирхофовог закона даје диференцијалну једначину другог реда:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (1)$$

Решење ове диференцијалне једначине зависи од вредности R , L и C али и од почетног стања наелектрисаности кондензатора. Уопштено, могу се добити три различита решења:

1. Ако је $R^2 > 4L/C$, систем је аperiодичан (слика 1 а), решење ће бити аperiодична функција експоненцијалног облика и до осциловања неће доћи:

$$q(t) = (A_1 e^{\omega t} + B_1 e^{-\omega t}) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (2)$$

Овај режим рада се карактерише постојањем великих термогених губитака, који спречавају размену акумулиране енергије између калема и кондензатора.

2. Ако је $R^2 = 4L/C$, систем је критично пригушен и нема осцилаторног кретања, (слика 1 б), и решења су облика:

$$q(t) = (A_2 + B_2 t) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3)$$

3. Ако је $R^2 < 4L/C$, имамо пригушено осциловање (слика 1 с). Ако је $R^2 \ll 4L/C$ (слика 1 d), решења су облика:

$$q(t) = q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \sin(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

Ознаке у једначинама 2 - 4, су:

A_1, A_2, B_1, B_2 - константе одређене из почетних услова,
 $q(t)$ - наелектрисање кондензатора,

q_0 - наелектрисање кондензатора у $t = 0$, ако је $\varphi = \pi / 2$,
 ω - кружна фреквенција пригушених осцилација LCR кола,
 φ - почетна фаза сигнала, која описује вредност функције на почетку мерења тј. у тренутку $t = 0$,
 τ - временска константа пригушења, односно време за које вредност почетне амплитуде опадне е пута.

Кружна фреквенција пригушених осцилација LCR кола се израчунава према једначини:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{\tau^2}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}, \quad (5)$$

где је $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ резонантна кружна фреквенција пригушених осцилација LCR кола.

Временска константа пригушења τ израчунава се према једначини:

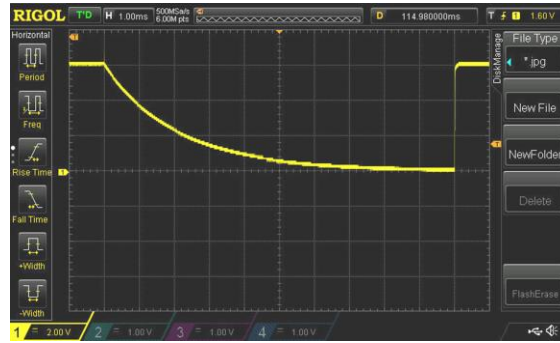
$$\tau = \frac{2L}{R}, \quad (6)$$

где је L индуктивност калема, а R је укупан термогени отпор кола, који одражава све губитак енергије у колу: отпорност калема и отпорност додатог отпорника, отпор контаката и жица и такође губитке енергије у кондензатору.

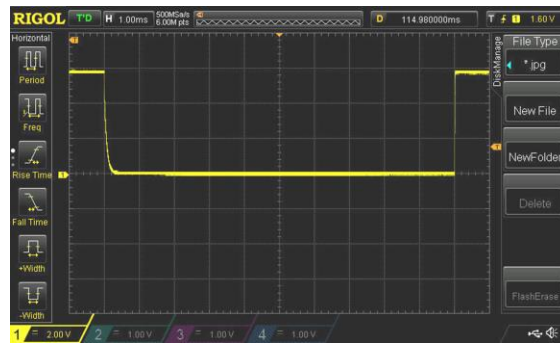
Треба напоменути да је у експериментима мерен напон на кондензатору, U_C , а не наелектрисање q на њему. Међутим, познато је да је

$$q = CU_C,$$

тако да разлика није битна и једначине (2-4) се такође односе и на напон, где се q замени са U_C .



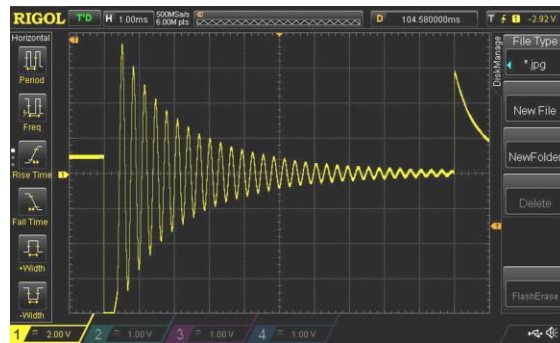
a)



b)



c)



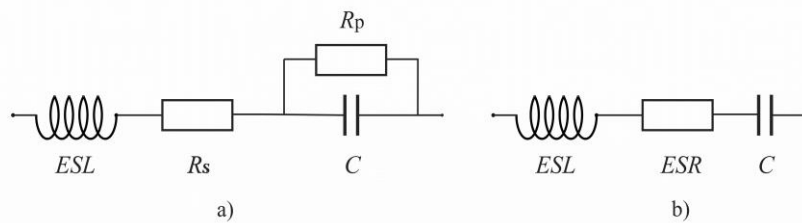
d)

Слика 1. a) overdamped motion – када је $R^2 \gg 4L/C$; b) критична пригушеност;
 c) пригушено осциловање – када је $R^2 < 4L/C$; d) пригушено осциловање – када је $R^2 \ll 4L/C$

2.2 ESR (Еквивалентни Серијски Отпор)

Наведено је у претходном поглављу да су у укупном термогеном (омском) отпору такође урачунати и губици енергије у кондензатору. Теоријски, у идеалном кондензатору проводници и плоче не би имали отпор, диелектрик не би показивао никакву апсорпцију енергије и његова отпорност би била бесконачна. Реални кондензатори само апроксимирају овај идеалан случај. Отпорност проводника, иако генерално занемарљива, никада није нула, а диелектрична апсорпција је увек праћена губитком енергије која се испољава у виду топлоте у кондензатору [12].

Уопштено, реалан кондензатор може бити представљен еквивалентном електричном шемом приказаном на слици 2а. На датој фреквенцији, кондензатор се може представити поједностављеном електричном шемом приказаном на слици 2б.



Слика 2. Еквивалентно коло реалног кондензатора

Отпор R_p представља отпорност диелектричног материјала и обично је веома велика. Отпор R_s одговара жицама, плочама и контактима и обично је мали. Еквивалентна Серијска Индуктивност (ESL) представља укупну индуктивност кондензатора и жица и она је ретко кад проблем на ниским фреквенцијама [14, 15].

Термин ESR (Еквивалентни Серијски Отпор) комбинује све губитке, како редне, тако и паралелне у кондензатору. Мора се напоменути да овај модел може да завара, јер се често претпоставља да је ESR заправо прави термогени отпор, узимајући у суштини константну вредност у широком опсегу услова. Заправо, ESR је вредност отпора који је једнак укупном ефекту великог и сложеног скупа механизма губитака енергије који се дешавају код одређеног низа мерења и при одређеним радним условима [10, 16]. ESR је веома важна карактеристика кондензатора и мора се узети у обзир при формирању струјног кола. Наиме, то је мера квалитета кондензатора. Да би се описао квалитет кондензатора може се директно користити ESR , али много једноставније је користи вредност " DF " (dissipation factor, тј. фактор расипања, односно губитака). Фактор губитака је такође познат као тангенс ($\tan\delta$), и дефинише се као однос ESR и капацитивне отпорности при одређеној фреквенцији:

$$DF = \frac{ESR}{X_c} = ESR \cdot C\omega = ESR \cdot C \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{T} \quad (7)$$

DF се често изражава у процентима. Ако се користи DF уместо ESR , може се добити један фактор који представља меру квалитета кондензатора који се може примењивати у широком опсегу вредности капацитивности. Ако се користи ESR , било би неопходно да се сваки пут одреди вредност капацитивности [14].

Развијене су многе технике за мерење еквивалентног серијског отпора (ESR) и фактора губитака (DF) и показано је да различити диелектрици имају различите вредности за ESR [11, 12, 17-22]. Дobar пример за ову тврдњу је велика разлика између алуминијумског, електролитичког и полипропиленског кондензатора [10, 12]. Поред тога показано је да ESR и фактор губитака (DF) зависе од фреквенције и температуре [10–13, 19-22].

Треба напоменути да је показано да на ниским фреквенцијама неки диелектрици имају фактор губитака (DF) који је скоро константан. Ову особину имају полипропилен, поликарбонат, тефлон, кварц, неке врсте лискуна, стакла, а и неке керамике [11, 20, 21]. За кондензаторе са диелектрицима који имају ову особину и чији је капацитет на датом опсегу фреквенција константан, ESR је директно пропорционалан $1/\omega$, тј. пропорционалан је са периодом (T), (једначина 1) и може се написати у облику:

$$ESR = K \cdot T \quad (8)$$

У условима школских лабораторија ESR се може одредити мерењем угла δ . Међутим, δ је толико мали угао за уобичајене кондензаторе, тако да мерење ESR класичним путем постаје врло тешко и не може се на задовољавајући начин извршити [15]. Из тог разлога развијен је другачији начин за мерење ESR .

ESR се може измерити много поузданије испитивањем пригушених осцилација LCR кола. Наиме, када се мери вредност временске константе τ , за познату вредност индуктивности калема L , укупна отпорност кола R се може израчунати:

$$R = \frac{2L}{\tau} \quad (9)$$

Онда се укупан отпор (R) може представити у облику:

$$R = R_t + ESR, \quad (10)$$

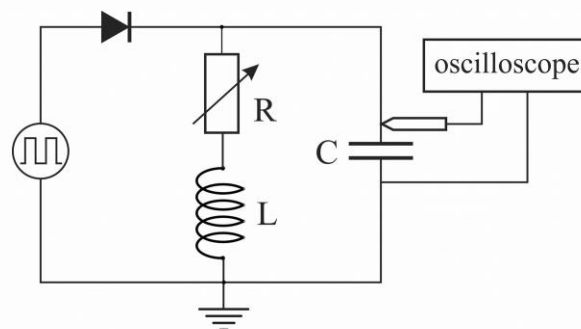
где је R_t термогени отпор елемената кола без кондензатора, док ESR представља губитке у кондензатору. Коначно из једначина (9) и (10) се добија израз за рачунање ESR :

$$ESR = \frac{2L}{\tau} - R_t. \quad (11)$$

Керамички кондензатори су тренутно једна од најпоузданијих врста кондензатора у употреби. Керамички кондензатори опште намене нису намењени за прецизна мерења, али су погодни за мерења где се промене у капацитивности и фактор губитака изазвани променама температуре и фреквенције, могу занемарити [14]. У последњих неколико година, керамички кондензатори, који су познати као кондензатори Class 2, су врло популарни због тога што имају много различитих вредности капацитивности и због тога што су веома мале величине. Поред тога, они су врло јефтине.

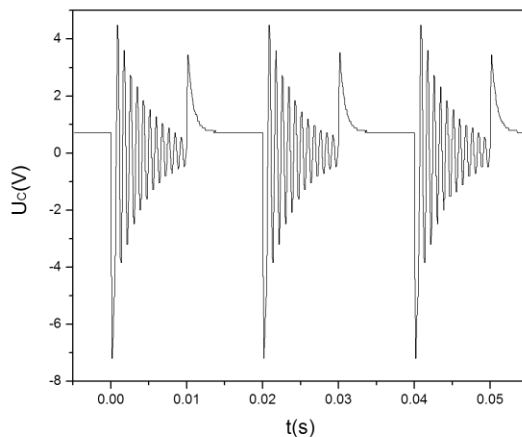
3. Експеримент

Шема експерименталне поставе је дата на слици 3. За извор напона је коришћен двоканлани генератор сигнала RigolRG1022A (25 MHz 100 MSa/s). Амплитуда „square-wave” примењиваног напона је $U_{pp}=13\text{ V}$, а фреквенција је 50 Hz. Напон на кондензатору је мерен дигиталним осцилоскопом RigolDS1074Z (70 MHz bandwidth, 1 GSa/s). Систем исправљачких диода Si има праг напона од 0,6 V. Калемови LD произвођача LDDidactic су коришћени са следећим номиналним спецификацијама: 1000 намотаја, $L \approx 36\text{ mH}$, $R_L \approx 9.5\ \Omega$; 500 намотаја, $L \approx 9\text{ mH}$, $R_L \approx 2.5\ \Omega$; 250 намотаја, $L \approx 2.2\text{ mH}$, $R_L \approx 0.6\ \Omega$. Калемови са овим спецификацијама су стандардни производи и прави их већина произвођача опреме за лабораторије. Индуктивност калемова је мерена са LCRmeter Rohde&Schwartz HM8018. Коришћени су керамички кондензатори класе 2 номиналних капацитета, чије су вредности 68 nF и 100 nF. Протоборд је коришћен за повезивање кондензатора у струјно коло. Термогени (омски) отпор у колу је мерен помоћу дигиталног унимера MastechM92X.



Слика 3. Електрична шема експерименталне поставке

Улога исправљачких диода је да коришћени напон не пропуштају у једном полупериоду. Током полупериода у коме не тече струја кондензатор се празни кроз калем и отпорник. А ако се параметри кола изаберу адекватно, добијају се пригушене осцилације (слика 4.).



Слика 4. Пример осциловања напона на кондензатору

Резултати који су добијени мерењима су обрађени помоћу софтвера за обраду података.

У случају пригушених осцилација временска константа τ се може добити на два начина.

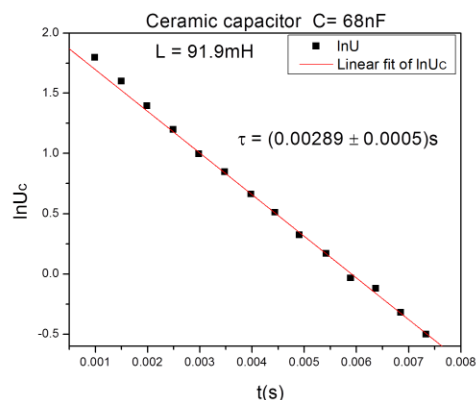
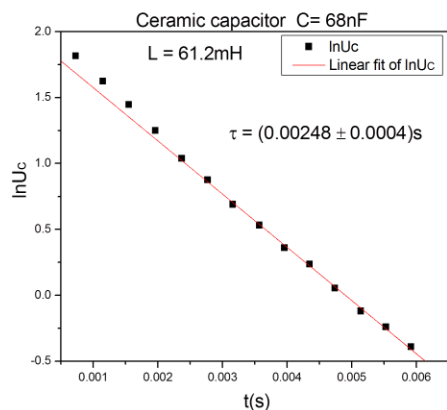
I: Одређене су координате амплитуда таласног фронта, затим је скициран график зависности $\ln(Uc) = f(t)$. А онда су на основу коефицијента правца линеарног графика вредности за a , τ и $\Delta\tau$ израчунате из израза:

$$\tau = 1/a$$

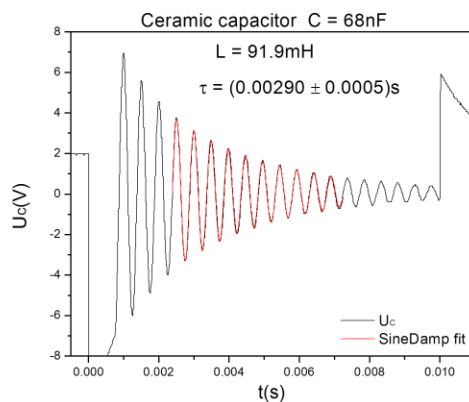
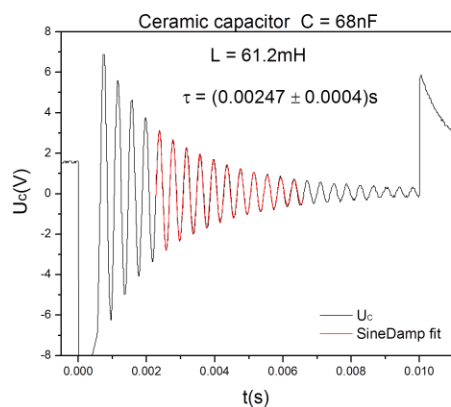
$$\Delta\tau = \Delta a/a^2.$$

II: Добијени талас је представљен пригушеном синусном функцијом (нпр SineDamp), а вредност τ се добија као параметар за фитовање са процењеном грешком.

Слике 5а) и 5б) показују примере одређивања τ за керамички кондензатор. Исцртавањем графика $\ln(Uc) = f(t)$ и фитовањем са функцијом SineDamp, респективно.



a)



b)

Слика 5. а) График $\ln(U_C) = f(t)$ са одговарајућим линеарним фитом;
 б) Таласна функција напона за пригушене осцилација са одговарајућим SineDamp фитом

Током анализе експерименталних резултата, максимуми напона са амплитудама мањим од 0,6 V су искључени, јер је тада напон мањи од пропусног напона исправљачке диоде, тј. постоји веза између LCR споја и генератора сигнала [5]. Исто тако, на графицима приказаним на слици 5а), може се јасно види да неколико првих тачака одступа од линеарне зависности. Ово јасно показује да је потребно одређено време да се достигне коефицијент пригушења тј. отпор кола се стабилизује и график $\ln(U_C) = f(t)$ постане линеарна функција. Из тог разлога, приликом фитовања са пригушеном синусоидном функцијом, првих неколико осцилација се не узимају у обзир (слика 5б). Добра сагласност између добијене вредности временске константе (коефицијента пригушења) на основу две методе, показује да је одговарајући приступ добар.

4. Резултати и дискусија

Циљ овог рада је био да се испита у којем опсегу фреквенција једначина (8) важи за керамичке кондензатор класе 2 (тип Y5V). Мерења су обављена за кондензаторе капацитета 68 nF и 100 nF.

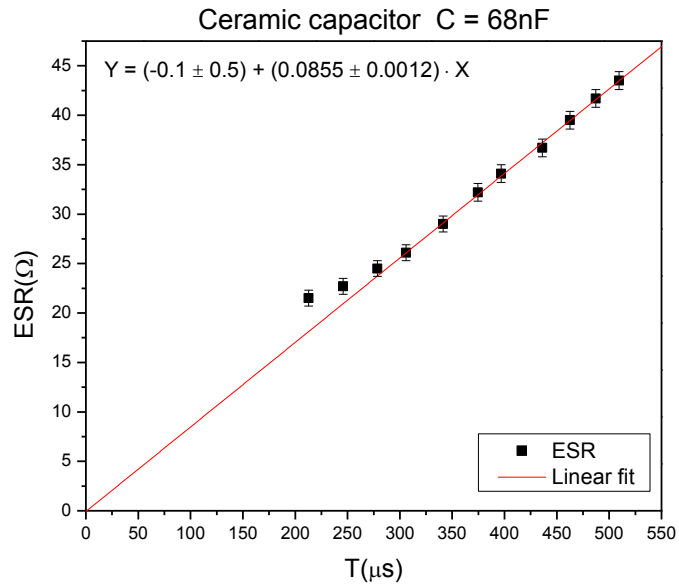
На почетку мерења коришћењем LCR мерача мерена је функција зависности капацитета кондензатора од фреквенције. Утврђено је да у распону од (500 - 5000) Hz, капацитет кондензатора се променио само у границама грешке мерења, тако да се може узети да је константан.

У овом раду су презентовани резултати добијени помоћу кондензатора са капацитетом од 68 nF. Фреквенција пригушених осцилација је варијала, и мењана је тако што су повезивани различити калемови, као и њихове комбинације. Комбиновањем доступних калемова индуктивност је варијала од 18 mH до 100.5 mH, што је одговарало распону периода пригушених осцилација од 213 μ s до 510 μ s, тј опсегу фреквенција од 1960 Hz до 4650 Hz.

ESR (Еквивалентни Серијски Отпор) је израчунат из једначине (11). Временска константа τ је одређена коришћењем поступка описаног у претходном поглављу. Период пригушених осцилација је очитан директно из снимљених напона пригушених синусних осцилација на кондензатору.

Мерења су обављена на узорку од 30 кондензатора. Утврђено је да, на свакој изабраној фреквенцији вредности временске константе варирају унутар 6%, док вредности *ESR* варирају унутар 9%. Добијени резултати *ESR* су у сагласности са класом коришћених кондензатора. За даљи рад, изабрано је 15 кондензатора од полазних 30, са вредностима τ које варирају мање од 2%, док вредности *ESR* варирају унутар 3%. На слици 6 приказан је график зависности $ESR = f(T)$ са одговарајућим линеарним фитовањем као пример једног од изабраних кондензатора.

Са графика на слици 6 се јасно може видети, да је за период пригушених осцилација већи од $(305 \pm 5) \mu$ s, што одговара фреквенцијама мањим од (3280 ± 60) Hz, зависност $ESR = f(T)$ је линеарна. Док за мање периоде (више фреквенције) зависност одступа од линеарне. Такође, може се уочити да екстраполиран линеарни фит, у оквиру експерименталне несигурности, пролази кроз тачку (0,0), што указује да је *ESR* директно пропорционална периоду (T). Треба напоменути да су исте вредности за линеарни нагиб у датом опсегу фреквенција добијени и за друге кондензаторе са одступањем од око 1%.



Слика 6. График зависности $ESR = f(T)$ са одговарајућим линеарним фитом за један од изабраних кондензатора.

На основу добијених резултата може се закључити да је за керамичке кондензаторе класе 2 који су коришћени у нашим експериментима, на ниским фреквенцијама, однос $ESR = K \cdot T$ важећи, и да је горња граница за валидност релације око 3300 Hz . Треба напоменути да је линеарна зависност ESR од периода, у истом опсегу фреквенција, била измерена и за кондензаторе капацитета 100 nF.

5. Закључак

Овде је представљен једноставан начин за мерење ESR кондензатора, коришћењем стандардне опреме, која постоји у школским лабораторијама, на основу анализирања параметара осцилација *LCR* кола. Ова метода даје валидне резултате при мерењу ESR керамичких кондензатора класе 2 на ниским фреквенцијама. Утврђено је да је на фреквенцијама испод 3300 Hz ESR директно пропорционалан периоду осцилација.

6. Литература:

- [1] Hanif M, Sneddon P H, Al-Ahmad F M and Reid N, 2009, The perceptions, views and opinions of university students about physics learning during undergraduate laboratory work, *Eur. J. Phys.* **30** 85–96
- [2] Sneddon P H, Slaughter K A and Reid N, 2009, Perceptions, views and opinions of university students about physics learning during practical work at school, *Eur. J. Phys.* **30** 1119 – 1129
- [3] Johnstone A H, Watt A and Zaman T U, 1998, The students' attitude and cognition change to a physics laboratory, *Phys. Educ.* **33** 22–29
- [4] American Association of Physics Teachers, 1998, Goals of the introductory physics laboratory, *Am. J. Phys.* **66** (6) 483–485
- [5] Se-yuen Mak, 1994, The RLC circuit and the determination of inductance, *Phys Educ***29**, 94–97
- [6] Yaakov Kraftmakher, 2011, Demonstrations with an LCR Circuit, *Phys. Teach.* **49**, 168–170
- [7] V. Ramachandran, 1991, Revisiting the LCR circuit, *Phys. Educ.* **26**, 318–321
- [8] J C Fernandes, A Ferraz and M S Rogalski, 2010, Computer-assisted experiments with oscillatory circuits, *Eur. J. Phys.***31**, 299–306
- [9] J. Dojčilović, S. Ivković, 2008, *Eksperimenti i demonstracioni ogledi iz fizike*, Fizički fakultet Univerziteta u Beogradu, Ton plus, Beograd
- [10] R. P. Deshpande, 2015, *Capacitors*, McGraw–Hill Education (India) Private Limited
- [11] B. Seguin, J.P. Gosse, A. Sylvestre, P. Fouassier and J.P. Ferrieux, 1998, Calorimetric Apparatus for Measurement of Power Losses; in *Capacitors, IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference*, St Paul. Minnesota. May 18–21
- [12] H. J. Macleod, 1923, The variation with frequency of the power loss in dielectrics, *Phys. Rev.*,vol. 20, pp. 53–73

- [13] J. Sivakumar, S. Usa and M. A. Panneerselvam, 2014, Effect of Asymmetrical Edge Disconnection on Equivalent Series Resistance of Metalized Polypropylene Capacitors, *Res. J. App. Sci. Eng. Technol*, 7(3): 639–644
- [14] Cletus J. Kaiser, 1993, *The Capacitor Handbook*, Van Nostrand Reinhold, New York
- [15] W. J. Sarjeant, 1990, *Capacitors*, IEEE Transactions on Electrical Insulation, Vol.EI-25, No.5, p. 861–922
- [16] D. J. McDonald, R. Dollinger and W. J. Sarjeant, 1988, A Method of Characterizing High Energy Density Capacitors for Power Conditioning Systems, *Proceedings of the 18th IEEE Power Modulator Symposium*, pp. 345–348
- [17] Rene Seeberger, 1986, Capacitance and Dissipation Factor Measurements, *IEEE Electrical Insulation Magazine*, Vol. 2, No. 1, 27–36
- [18] L. Gutai, 1986, Auxiliary circuits for pulse bias and equivalent series resistance measurements with a Boonton 72Bcapacitance meter, *Review of Scientific Instruments* **57**, 463
- [19] M. Ingalls and G. Kent, 1987, Measurement of the Characteristics of High-Q Ceramic Capacitors, *IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology*, Vol. CHMT-12, NO. 4
- [20] E. W. Anderson and D.W McCall, 1958, The dielectric constant and loss of polypropylene, *Journal of Polymer Science*, Vol. 31, No. 122, p. 241-2
- [21] R. E. Lafferty, 1992, Capacitor loss at radio frequencies, *IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology* Vol.CHMT-15, NO.4, 590-3
- [22] W. J. Sarjeant, 1989, Capacitor fundamentals, *IEEE 19th Electrical Electronics Insulation Conference*, Chicago, IL, USA, p. 1-51